Si disegni il grafico della funzione

$$\boxed{f(x)=\frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}}$$

Si scriva l'equazione della retta tangente alla curva grafico della funzione f nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

Svolgimento :

1. **Dominio :** $\boxed{\forall\ x \in \Re : 2-x>0 \Rightarrow \quad x<2}$

1. Intersezioni Assi :

$$\begin{cases} y=\dfrac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}} \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}} \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^{-x}=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \not\forall x \in \Re \\ y=0 \end{cases}$$

3. Segno :

$$f(x)>0 \qquad \frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}>0 \Rightarrow \forall x \in D$$

4. **Limiti :**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}=\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) \Rightarrow H \lim_{x\to-\infty}\frac{-e^{-x}}{\dfrac{-1}{2\sqrt{2-x}}}=+\infty$$

$$\lim_{x\to2^-}\frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}=+\infty$$

5. Asintoti :

$\boxed{x = 2}$ asintoto verticale

verifica asintoto obliquo : $y = mx + q$

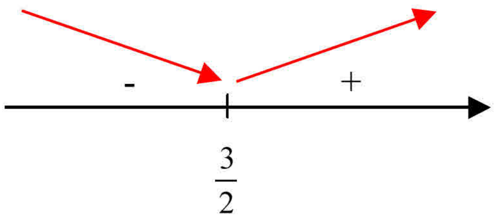
infinito di ordine superiore

$$m = \lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}} = \left(\frac{+\infty}{+\infty} \right) \Rightarrow \lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}} = +\infty$$

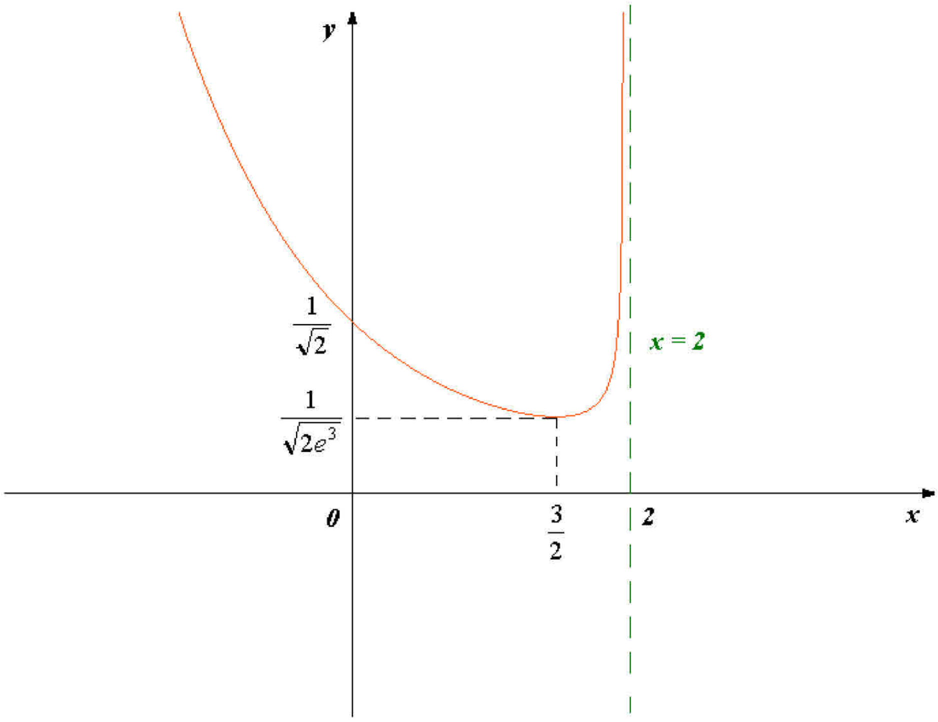
6. Derivata 1^ :

$$f'(x) = \frac{-e^{-x} \cdot \sqrt{2-x} - e^{-x} \cdot \dfrac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{\left(\sqrt{2-x}\right)^2} = \frac{-2e^{-x} \cdot (2-x) + e^{-x}}{\sqrt{(2-x)^3}} = \frac{e^{-x} \cdot (2x-3)}{\sqrt{(2-x)^3}}$$

$$f'(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{3}{2}$$



Per $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2e^3}}$

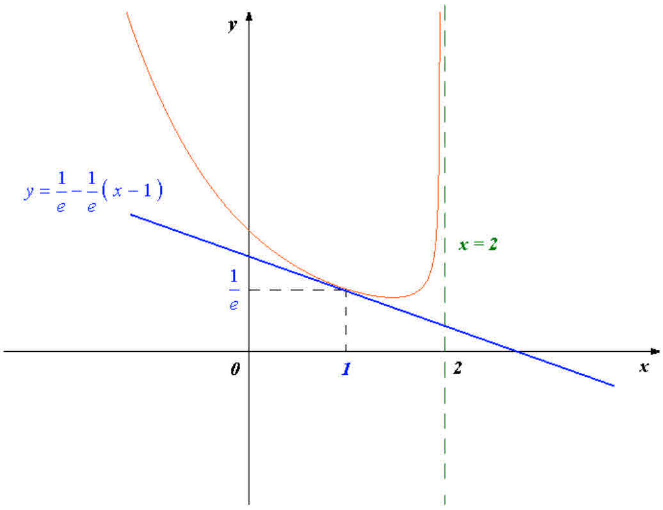


Si scriva l'equazione della retta tangente alla curva grafico della funzione f nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

Ricordando che l'equazione della retta tangente ad una funzione in un punto $P(\ x_0\ ,\ f(x_0)\ )$ è :

$y = f(x_0) + f'(x_0)(\ x - x_0\ )$

si ha : $f(1) = \frac{1}{e}$, $f'(1) = -\frac{1}{e}$ $\Rightarrow$ $y = \frac{1}{e} - \frac{1}{e}(\ x - 1\ )$.



y
$y=\frac{1}{e}-\frac{1}{e}(x-1)$
$x=2$
$\frac{1}{e}$
0
1
2
x