1.1 Studio di funzioni

Studiare la seguente funzione:

$$y = e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}}$$

1. C.E.: $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$. Inoltre $9 - x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm 2\sqrt{2}$.

2. Intersezioni

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{1}{\ln 9}} \end{cases}$$

   Se $y = 0$ non abbiamo invece soluzioni.

3. Segno: la funzione risulta sempre positiva.

4. Simmetrie: $f(-x) = e^{\frac{1}{\ln(9-(-x)^2)}} = f(x)$. Pertanto la funzione é pari. Questo ci aiuterá nel calcolo dei limiti in quanto andremo a calcolare solo quelli a dx.

5. Limiti (e calcolo degli asintoti): calcoliamo i limiti in 3^-, -3^+, $2\sqrt{2}^+$, $2\sqrt{2}^-$, $-2\sqrt{2}^+$, $-2\sqrt{2}^-$.

$$\lim_{x \to 3^-} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = 1$$

$$\lim_{x \to -3^+} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = 1$$

$$\lim_{x \to 2\sqrt{2}^+} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = 0$$

$$\lim_{x \to 2\sqrt{2}^-} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -2\sqrt{2}^-} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = 0$$

$$\lim_{x \to -2\sqrt{2}^+} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} = +\infty$$

   Quindi $x = \pm 2\sqrt{2}$ sono asintoti verticali.

6. Derivata prima (studio della crescenza):

$$f'(x) = e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} \cdot \frac{2x}{(9-x^2)\ln^2(9-x^2)}$$

La derivata prima risulta positiva per $x > 0$ e negativa per $x < 0$. Pertanto la funzione cresce per $x > 0$ e decresce per $x < 0$. In $x = 0$ si ha un minimo relativo ($y = e^{\frac{1}{\ln 9}}$).

Osserviamo infine che

$$\lim_{x \to -3^+} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} \cdot \frac{2x}{(9-x^2)\ln^2(9-x^2)} = \infty$$

$$\lim_{x \to 2\sqrt{2}+} e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}} \cdot \frac{2x}{(9-x^2)\ln^2(9-x^2)} = 0$$

Questo significa che in $2\sqrt{2}$ abbiamo una tangente orizzontale e che in 3 abbiamo una tengente verticale. Per simmetria, le stesse cose succederanno a sx.

7. Derivata seconda (concavitá): molto complessa, non la calcoleremo. Si veda la figura (1).

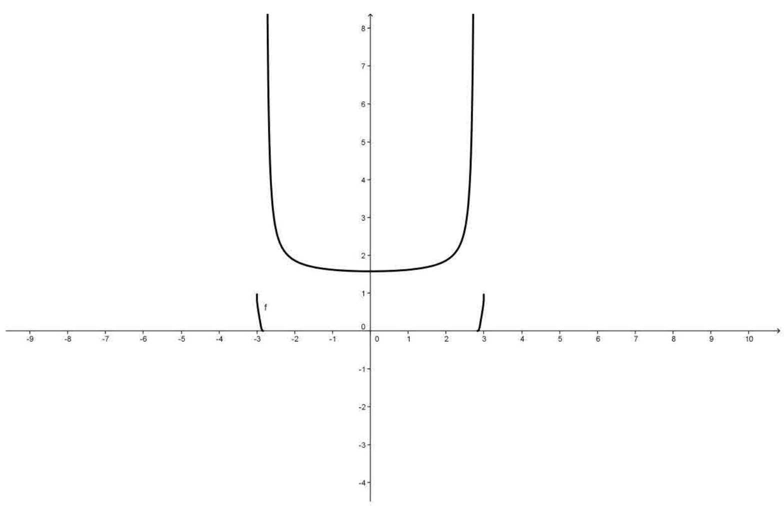

Figura 1: Il grafico di $y = e^{\frac{1}{\ln(9-x^2)}}$