

G7. Integrali definiti - Esercizi

Calcola i seguenti integrali indefiniti:

- 1) $\int_{-1}^2 \cos(\pi x) dx$ [0]
- 2) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2(x) dx$ [0]
- 3) $\int_0^2 2x dx$ [4]
- 4) $\int_1^3 3x+2 dx$ [16]
- 5) $\int_{-4}^{-2} 2-5x dx$ [34]
- 6) $\int_{-3}^1 x^2+x dx$ [$\frac{16}{3}$]
- 7) $\int_{-1}^1 x^3 dx$ [0]
- 8) Si dia una spiegazione geometrica del risultato dell'esercizio 7.
- 9) $\int_0^2 x^3 dx$ [4]
- 10) $\int_1^3 x^3 dx$ [20]
- 11) $\int_{-1}^0 x dx$ [$-\frac{1}{2}$]
- 12) $\int_2^3 x^2 dx$ [$\frac{19}{3}$]
- 13) $\int_{-1}^1 x^4 dx$ [$\frac{2}{5}$]
- 14) $\int_0^2 1-x^2 dx$ [$-\frac{1}{3}$]
- 15) Si dia una spiegazione geometrica del risultato dell'esercizio 14.
- 16) $\int_{-1}^1 1-x^2 dx$ [$-\frac{2}{3}$]
- 17) $\int_{-2}^2 x^2-1 dx$ [-4]
- 18) $\int_{-3}^1 |x+2| dx$ [5]
- 19) $\int_{-2}^2 |x|+2 dx$ [12]
- 20) $\int_{-2}^2 2-|x| dx$ [4]
- 21) $\int_1^a \frac{1}{x} dx$ [ln a]

- 22) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$ [ln 3]
- 23) $\int_0^{\pi/2} \text{sen}(x) dx$ [1]
- 24) $\int_0^{\pi/2} \text{cos}(x) dx$ [1]
- 25) $\int_0^{\pi} \text{sen}(x) dx$ [2]
- 26) $\int_0^{\pi} \text{cos}(x) dx$ [0]
- 27) $\int_0^{\pi} 2\text{sen}x - 3\text{cos}x dx$ [4]
- 28) $\int_0^1 e^x dx$ [e-1]
- 29) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$ [ln2]
- 30) $\int_{-1}^0 \frac{x}{1+x} dx$ [+∞]
- 31) $\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-4} dx$ [$\frac{3}{4} \ln 3 - \ln 2$]
- 32) $\int_1^2 (x+1)^2 e^x dx$ [$5e^2 - e$]
- 33) $\int_0^{\pi} \frac{2}{x^2 + \pi^2} dx$ [$\frac{1}{2}$]
- 34) $\int_1^2 x \cdot \ln x dx$ [$\ln 4 - \frac{3}{4}$]
- 35) $\int_6^8 \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5} dx$ [14 + 4ln3]
- 36) $\int_0^1 x^2 \cdot \text{arctg}x dx$ [$\frac{\pi}{12} + \frac{1}{6}(\ln 2 - 1)$]
- 37) $\int_6^8 \frac{2x^2 + x + 4}{(x+2)(x^2+1)} dx$ [$\frac{\pi}{4} + 2\ln \frac{3}{2}$]

- 38) Trova la primitiva di $f(x) = x^2 - x + 2$ sapendo che $F(1) = 0$. [$F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{11}{6}$]
- 39) Trova la primitiva di $f(x) = \text{sen}(x)$ sapendo che $F(\pi) = 2$. [$F(x) = -\text{cos}x + 1$]
- 40) Trova la primitiva di $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ sapendo che $F(-1) = \frac{\pi}{4}$. [$F(x) = \text{arctg}x + \frac{\pi}{2}$]
- 41) Trova la primitiva di $f(x) = e^x - x$ sapendo che $F(1) = -\frac{1}{2}$. [$F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - e$]

Calcola le seguenti aree.

Per risolvere questi esercizi si deve tracciare il grafico delle funzioni in modo da determinare quale delle due si trova "sopra" l'altra e determinare altresì l'intervallo di integrazione.

- 42) Trova l'area delimitata dalle due curve $y=-x^2-2x$ e $y=-x-2$. [Intervallo $[-2;1]$, Area= $\frac{9}{2}$]
- 43) Trova l'area delimitata dalle due curve $y=\frac{x^2}{2}$ e $y=x$. [Intervallo $[0;2]$, Area= $\frac{2}{3}$]
- 44) Trova l'area delimitata dalla curva $y=-2x^3-3x^2$ e dall'asse x tra le due intersezioni che la curva ha con esso. [Intervallo $[-\frac{3}{2};0]$, Area= $\frac{27}{32}$]
- 45) Trova l'area delimitata dalla curva $y=x^4-5x^2+4$ e dall'asse x tra le due intersezioni positive che la curva ha con esso. [Intervallo $[1;2]$, Area= $\frac{22}{15}$]
- 46) Trova l'area delimitata dalle due curve $y=x^2$ e $y=4$. [Intervallo $[-2;2]$, Area= $\frac{32}{3}$]
- 47) Trova l'area delimitata dalle due curve $y=x^3-x$ e $y=3x$. [Intervallo $[0;2]$, Area= 4]
- 48) Trova l'area delimitata dalle due curve $y=x^2$ e $y=-x^2+2x+4$. [Intervallo $[-1;2]$, Area= 9]
- 49) Trova l'area delimitata dalle tre curve $y=x^2$, $y=-x^2-2x+4$ e $y=3x+4$. [Intervalli $[-2;-1]$, $[-1;0]$, Area= $\frac{27}{6}$]
- 50) Trova l'area delimitata dalle tre curve $y=x^2+4x$, $y=5$ e $y=2x+8$. [Intervalli $[-4;-\frac{3}{2}]$, $[-\frac{3}{2};1]$, Area= $\frac{325}{12}$]
- 51) Trova l'area delimitata dalle tre curve $y=\frac{x^3}{2}-2x^2$, $y=-x^2+4x$ e $y=-7x+10$. [Intervalli $[0;1]$, $[1;2]$, Area= $\frac{9}{2}$]
- 52) Trova l'area delimitata dalle curve $y=\frac{1}{4}x^2$, $3x-2y-4=0$. [Area= $\frac{1}{3}$]
- 53) Trova l'area delimitata dalle curve $y=x^2-2x$, $y=x$. [Area= $\frac{9}{2}$]
- 54) Trova l'area delimitata dalla curva $y=x^3-1$, l'asse x e le rette $x=0$ e $x=1$. [Area= $\frac{3}{4}$]
- 55) Trova l'area delimitata dalle curve $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $x=2$ e l'asse x . [Area= $\frac{1}{4}+\ln 2$]
- 56) Trova l'area delimitata dalle curve $y=\frac{1}{e^x}-1$, $x=-1$, $x=1$ e l'asse x . [Area= $e+\frac{1}{e}-2$]
- 57) Trova l'area delimitata dalle curve $y=1-x^2-2x$, $y=x+1$. [Area= $\frac{9}{2}$]
- 58) Trova l'area delimitata dalla curva $y=4x-4x^2$ e dalla bisettrice del primo e terzo quadrante. [Area= $\frac{9}{32}$]
- 59) Trova l'area delimitata dalla curva $y=3x-4x^2$ e dall'asse x . [Area= $\frac{9}{32}$]
- 60) Trova l'area delimitata dalla curva $y=x^3$ e dalla bisettrice del primo e terzo quadrante. [Area= $\frac{1}{4}$]
-

61) Sapendo che $\int_{-1}^3 f(x) dx=3$, $\int_{-1}^3 g(x) dx=2$, $\int_{-1}^3 h(x) dx=7$, calcolare

a. $\int_{-1}^3 f(x)+g(x) dx$

d. $\int_{-1}^3 2f(x)-3h(x) dx$

b. $\int_{-1}^3 f(x)+h(x) dx$

e. $\int_{-1}^3 1-3g(x) dx$

c. $\int_{-1}^3 f(x)+g(x)-h(x) dx$

f. $\int_{-1}^3 f(x) dx$

